Prof. Dr. Alfred Toth

## Die ontische Systemrelation als injunktive Arc Pair-Relation

1. Die klassische Dichotomie setzt dem Objekt (Ω) das Zeichen (Z) gegenüber, wobei als Vermittlung nur der willentliche Akt, ein Zeichen für ein Objekt zu setzen bzw. ein Objekt zum Zeichen zu erklären in Frage kommt, d.h. es gilt trivialerweise $V(\Omega) = Z$, wobei für die Menge konverser Relationen $V(Z) = Z'$ $V(Z') = Z''$, usw. gilt (sog. Superzeichen-Hierarchie, vgl. z.B. Bense 1971, S. 53). Die Möglichkeit, aus Zeichen Superzeichen zu bilden, bedeutet somit nichts anderes als die Nicht-Konvertierbarkeit eines Zeichens zu seinem (oder einem) Objekt, oder anders ausgedrückt die Irreversibilität der thetischen Introduktion, kurz gesagt: „Einmal Zeichen – immer Zeichen". (Zu den höchst interessanten Verhältnissen in polykontexturalen Welten vgl. Kaehr 2012.)

Wir setzen nun stattdessen

$\Omega := A$

$Z := I$

und erhalten wegen $Z = (M, O, I)$

$M = I(A)$

$O = A(I(A))$

$I = I(A(I(A)))$

und daher mit Bense (1979, S. 53)

$ZR = (M, ((M \rightarrow O), (O \rightarrow J))) = (I(A), (((I(A)) \rightarrow (A(I(A)))), ((A(I(A))) \rightarrow (I(A(I(A)))))))$,

woraus man übrigens leicht ersieht, daß bei der Rückführung von [Ω, Z] auf [I, A] die mengentheoretische und kategorietheoretische Selbstbezüglichkeit der Zeichenrelation nicht nur in den Abbildungen, d.h. extrinsisch, sondern auch in abgebildeten Domäne- und Codomäne-Elementen, d.h. intrinsisch, vorhanden ist.

2. Einem Objekt ist immer ein Ort inhärent, denn Objekte haben eine raumzeitliche Ausdehnung, und es ist sogar unmöglich, ein Objekt ohne seinen Ort zu denken. Dagegen sind Zeichen unabhängig von Ort und Zeit (vgl. Walther 1998), deswegen kann man zwar nicht die Zugspitze, aber ein Photo von ihr verschicken, und deswegen ist es möglich, Verstorbene auf Photos zu betrachten. Leider büßt das Zeichen wegen seiner Ortslosigkeit auch seine

Verankerung im Satz vom Grunde – und damit sein tiefstes logisches und erkenntnistheoretisches Fundament – ein (vgl. Kaehr 2010, S. 5.). Daß dieser Sachverhalt durch viele Jahrhunderte niemandem aufgefallen ist, hat vermutlich die Konzeption einer Theorie der Isomorphie von Zeichen und Objekt verhindert.[1]

3. Wer zählt, der zählt Objekte. In Toth (2016) wurden daher ortsfunktionale Peanozahlen der Form $P = f(\omega)$ eingeführt. Es wurde gezeigt, daß bei ihnen die lineare (adjazente) Peano-Zählweise um eine vertikale (subjazente) und eine diagonale (transjazente) Zählweise im Rahmen eines quadratischen Zahlenfeldes erweitert werden muß.

3.1. Sind x und y linear, so liegt die adjazente Zählweise vor

$$\begin{array}{ccccccccccc}
x_i & y_j & & y_i & x_j & & y_j & x_i & & x_j & y_i \\
\emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_j & \emptyset_i & & \emptyset_j & \emptyset_i \\
 & & \times & & & \times & & & \times & & \\
\emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_j & \emptyset_i & & \emptyset_j & \emptyset_i \\
x_i & y_j & & y_i & x_j & & y_j & x_i & & x_j & y_i.
\end{array}$$

3.2. Sind x und y orthogonal, so liegt die subjazente Zählweise vor

$$\begin{array}{ccccccccccc}
x_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & x_j & & \emptyset_j & x_i & & x_j & \emptyset_i \\
y_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & y_j & & \emptyset_j & y_i & & y_j & \emptyset_i \\
 & & \times & & & \times & & & \times & & \\
y_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & y_j & & \emptyset_j & y_i & & y_j & \emptyset_i \\
x_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & x_j & & \emptyset_j & x_i & & x_j & \emptyset_i.
\end{array}$$

3.3. Sind x und y diagonal, so liegt die transjazente Zählweise vor

$$\begin{array}{ccccccccccc}
x_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & x_j & & \emptyset_j & x_i & & x_j & \emptyset_i \\
\emptyset_i & y_j & & y_i & \emptyset_j & & y_j & \emptyset_i & & \emptyset_j & y_i \\
 & & \times & & & \times & & & \times & &
\end{array}$$

[1] Das gilt auch für die Semiotik von Klaus, denn die ihr zugrunde liegende „erkenntnistheoretische Abbildrelation ist keine Äquivalenzrelation“ (Klaus 1965, S. 268, ff.) und „die mathematische Semiotik ist (…) ein abstraktes Schema der Abbildtheorie“ (Klaus 1973, S. 145). Der Grund dafür liegt darin, daß die marxistische Semiotik nicht von ontischen Objekten, sondern von „Objekten der gedanklichen Widerspiegelung“ ausgeht (Klaus 1973, S. 56), und diese sind im Gegensatz zu jenen natürlich nicht geortet.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $Ø_i$ | $y_j$ | $y_i$ | $Ø_j$ | $y_j$ | $Ø_i$ | $Ø_j$ | $y_i$ |
| $x_i$ | $Ø_j$ | $Ø_i$ | $x_j$ | $Ø_j$ | $x_i$ | $x_j$ | $Ø_i$. |

Jede Peanozahl P kann daher pro Zählweise an 8 verschiedenen ontischen Orten ω gezählt werden.

4. Zwei Objekte $\Omega^{V}_i$ und $\Omega^{V}_j$ heißen objektabhängig (vgl. Toth 2020a) gdw. wenn es gibt ein $O = (\Omega^{V}_i, \Omega^{V}_j)$ gibt mit $f(\Omega^{V}_i) = (\Omega^{V}_j)$ oder $f(\Omega^{V}_j) = (\Omega^{V}_i)$.

4.1. Ein Objekt $\Omega^{V}_k$ heißt 2-seitig objektabhängig gdw. $(\Omega^{V}_i, Ø) \neq \Omega^{V}_i$ und $(Ø, \Omega^{V}_j) \neq \Omega^{V}_j$. Ein Beispiel sind Schlüssel und Schloß.

4.2. Ein Objekt $\Omega^{V}_k$ heißt 1-seitig objektabhängig gdw. $(\Omega^{V}_i, Ø) = \Omega^{V}_i$ oder $(Ø, \Omega^{V}_j) = \Omega^{V}_j$. Ein Beispiel sind Finger und Ring.

4.3. Ein Objekt $\Omega^{V}_k$ heißt 0-seitig objektabhängig gdw. $(\Omega^{V}_i, Ø) = \Omega^{V}_i$ und $(Ø, \Omega^{V}_j) = \Omega^{V}_j$. Beispiele sind alle Objekte, die nicht in Paaren auftreten.

Gemäß Voraussetzung gelten die drei Formen von Objektabhängigkeit auch für die P(ω).

5. Nach Bense (1992) ist jede Zahl ein Zeichen. Daraus folgt, daß sich die Ortsfunktionalität von Objekten über die Zahlen, die sie zählen, auf die Zeichen, die sie repräsentieren, vermöge Isomorphie überträgt. In Toth (2020b, c) wurde daher das folgende 3×3-Zahlenfeld als minimales Feld eingeführt.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Ø | φ | Ø | φ | Ø |
| φ | | φ | | φ |
| Ø | φ | Ø | φ | Ø |
| φ | | φ | | φ |
| Ø | φ | Ø | φ | Ø |

Die Leerstellen Ø stehen für die ontischen Orte, die mit Objekten, Zahlen oder Zeichen belegt werden können, und φ steht für die drei Arten von Abbildungen der ortsfunktionalen Arithmetik (adjazente, subjazente, transjazente Abbildung).

Entsprechend der vierfachen Repräsentationen in den drei Zählarten der ortsfunktionalen Arithmetik erscheint nun auch das obige Zahlenfeld in der Form eines Gevierts:

$$\begin{array}{ccccccccccc}
\varnothing & \varphi & \varnothing & \varphi & \varnothing & & \varnothing & \varphi & \varnothing & \varphi & \varnothing \\
\varphi & & \varphi & & \varphi & & \varphi & & \varphi & & \varphi \\
\varnothing & \varphi & \varnothing & \varphi & \varnothing & \times & \varnothing & \varphi & \varnothing & \varphi & \varnothing \\
\varphi & & \varphi & & \varphi & & \varphi & & \varphi & & \varphi \\
\varnothing & \varphi & \varnothing & \varphi & \varnothing & & \varnothing & \varphi & \varnothing & \varphi & \varnothing \\
 & & & & & & & & & & \\
\varnothing & \varphi & \varnothing & \varphi & \varnothing & & \varnothing & \varphi & \varnothing & \varphi & \varnothing \\
\varphi & & \varphi & & \varphi & & \varphi & & \varphi & & \varphi \\
\varnothing & \varphi & \varnothing & \varphi & \varnothing & \times & \varnothing & \varphi & \varnothing & \varphi & \varnothing \\
\varphi & & \varphi & & \varphi & & \varphi & & \varphi & & \varphi \\
\varnothing & \varphi & \varnothing & \varphi & \varnothing & & \varnothing & \varphi & \varnothing & \varphi & \varnothing
\end{array}$$

Jede dem Zahlenfeld zugehörige Relation R hat also die abstrakte lineare Form

R = (Ø Ø Ø, Ø Ø Ø, Ø Ø Ø),

die demnach vierfach (paarweise dual und im Geviert chiastisch) reflektiert werden kann. Beschränkt man sich auf semiotische Relationen (Repräsentationsrelationen), so ist die Abbildung von je drei Leerstellen durch semiotische Werte aus der peirceschen Relation Z = (1, 2, 3) arbiträr, da jeder Ort Ø mit allen Werten von Z belegt werden kann. Z.B. entspricht die semiotische Relation

Z = (Ø Ø 1, 2 Ø Ø, Ø 3 Ø)

dem Geviert von Zeichenfeldern

$$\begin{array}{ccccc}
Ø & φ & Ø & φ & 1 \\
φ & & φ & & φ \\
2 & φ & Ø & φ & Ø \\
φ & & φ & & φ \\
Ø & φ & 3 & φ & Ø
\end{array}
\quad \times \quad
\begin{array}{ccccc}
1 & φ & Ø & φ & Ø \\
φ & & φ & & φ \\
Ø & φ & Ø & φ & 2 \\
φ & & φ & & φ \\
Ø & φ & 3 & φ & Ø
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc}
Ø & φ & 3 & φ & Ø \\
φ & & φ & & φ \\
2 & φ & Ø & φ & Ø \\
φ & & φ & & φ \\
Ø & φ & Ø & φ & 1
\end{array}
\quad \times \quad
\begin{array}{ccccc}
Ø & φ & 3 & φ & Ø \\
φ & & φ & & φ \\
Ø & φ & Ø & φ & 2 \\
φ & & φ & & φ \\
1 & φ & Ø & φ & Ø.
\end{array}$$

Wie man erkennt (vgl. Toth 2020d), folgt hier der Grad der paarweisen Objektabhängigkeit der semiotischen Werte von der Wahl der Belegung von Z: Bei 2-seitiger Objektabhängigkeit zweier Werte x und y ist $\omega' = (\omega(x), \omega(y))$ konstant. Bei 1-seitiger Objektabhängigkeit ist entweder $\omega(x)$ oder $\omega(y)$ konstant. Bei 0-seitiger Objektabhängigkeit sind sowohl $\omega(x)$ als auch $\omega(y)$ veränderlich. Umgekehrt kann man aufgrund dieser Definitionen objektabhängige $Z(\omega)$ konstruieren.

6. Nun ist die Zeichenrelation nach Bense eine «triadische Relation über Relationen» (1979, S. 53), genauer: eine triadische Relation über einer monadischen, einer dyadischen und einer triadischen Relation und kann daher in der folgenden kategorientheoretischen Form notiert werden

$Z = (1 \rightarrow (2 \rightarrow 3))$.

ZR (M, O, I) =
ZR (M, M=>O, M=>O.=>I) =
ZR (mon. Rel., dyad. Rel., triad. Rel.)
ZR ( .1. .2. .3.) =

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ZR | 1.1 | 1.2 | 1.3, | 1.1 | 1.2 | 1.3, | 1.1 | 1.2 | 1.3 |
| | | | | 2.1 | 2.2 | 2.3 | 2.1 | 2.2 | 2.3 |
| | | | | | | | 3.1 | 3.2 | 3.3 |

(Bense, a.a.O.)

In Toth (2020e) wurde eine Methode gezeigt, wie man neben der linearen und der matriziellen Darstellung ortsfunktionaler und objektabhängiger Relationen diese durch eine spezielle Klasse von Graphen darstellen kann.

Es sollen folgende drei Zeichenrelationen addiert werden:

$Z_1 = (1\ \emptyset\ \emptyset,\ 2\ \emptyset\ \emptyset,\ 3\ \emptyset\ \emptyset)$

$\oplus$

$Z_2 = (\emptyset\ 4\ \emptyset,\ \emptyset\ 5\ \emptyset,\ \emptyset\ 6\ \emptyset)$

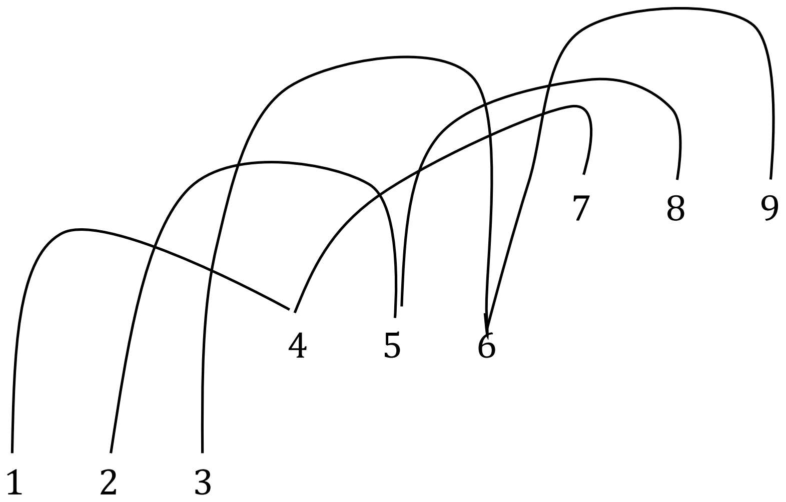
$\oplus$

$Z_3 = (\emptyset\ 7\ \emptyset,\ \emptyset\ 8\ \emptyset,\ \emptyset\ 9\ \emptyset)$

Dann erhalten wir folgendes Geviert von Zeichenfeldern

$$
\begin{array}{ccccccccccc}
1 & \varphi & 4 & \varphi & 7 & & 7 & \varphi & 4 & \varphi & 1 \\
\varphi & & \varphi & & \varphi & & \varphi & & \varphi & & \varphi \\
2 & \varphi & 5 & \varphi & 8 & \times & 8 & \varphi & 5 & \varphi & 2 \\
\varphi & & \varphi & & \varphi & & \varphi & & \varphi & & \varphi \\
3 & \varphi & 6 & \varphi & 9 & & 9 & \varphi & 6 & \varphi & 3 \\
 & & & & & & & & & & \\
3 & \varphi & 6 & \varphi & 9 & & 9 & \varphi & 6 & \varphi & 3 \\
\varphi & & \varphi & & \varphi & & \varphi & & \varphi & & \varphi \\
2 & \varphi & 5 & \varphi & 8 & \times & 8 & \varphi & 5 & \varphi & 2 \\
\varphi & & \varphi & & \varphi & & \varphi & & \varphi & & \varphi \\
1 & \varphi & 4 & \varphi & 7 & & 7 & \varphi & 4 & \varphi & 1
\end{array}
$$

und den folgenden zugehörigen Arc Pair-Graphen (bei dem die komplementären Zeichenrelationen weggelassen sind).




Gemäß den Definitionen in Toth (2020e) ist die paarweise Addition der drei Zeichenrelationen injunktiv, und zwar total-injunktiv, vgl.

$$\begin{array}{lllllllll}
Z_1 = (1 & \emptyset & \emptyset, & 2 & \emptyset & \emptyset, & 3 & \emptyset & \emptyset) \\
\oplus & \uparrow & & & \uparrow & & & \uparrow & \\
Z_2 = (\emptyset & 4 & \emptyset, & \emptyset & 5 & \emptyset, & \emptyset & 6 & \emptyset) \\
\oplus & & & & & & & & \\
Z_3 = (\emptyset & 7 & \emptyset, & \emptyset & 8 & \emptyset, & \emptyset & 9 & \emptyset).
\end{array}$$

Die drei Zeichenrelationen sind somit maximal ineinander verschachtelt im Sinne der von Bense als «Relation über Relationen» eingeführten Zeichenrelation (Bense 1979, S. 53). Wegen

$Z = (1 \rightarrow (2 \rightarrow 3))$

gilt somit

$Z = (Z_1 (\subset Z_2 \subset Z_3)) = ((1 \rightarrow (2 \rightarrow 3)) \subset ((4 \rightarrow (5 \rightarrow 6) \subset (7 \rightarrow (8 \rightarrow 9)))$.

Wir erinnern uns nun an die im 1. Abschnitt eingeführte Systemrelation. In der Form von S notiert sieht sie wie folgt aus

$S = ((A \rightarrow I), (((A \rightarrow I) \rightarrow A), (((A \rightarrow I) \rightarrow A) \rightarrow I)))$,

d.h. S ist total injunktiv, und der obige Arc Pair Graph ist also derjenige von S.

Literatur

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Johnson, David E./Postal, Paul, Arc Pair Grammar. Princeton U.P. 1980

Kaehr, Rudolf, Diamond Text Theory. Glasgow, U.K. 2010. Digitalisat: http://www.vordenker.de/rk/rk_Diamond-Text-Theory_Textems_2010.pdf

Kaehr, Rudolf, Complementary calculi. http://www.vordenker.de/rk/rk_Complementary-Calculi_Distinction-and-Differentiation_2012.pdf

Klaus, Georg, Spezielle Erkenntnistheorie. Berlin 1965

Klaus, Georg, Semiotik und Erkenntnistheorie. 4. Aufl. München 1973

Toth, Alfred, Innen und außen als semiotische Basis. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2012

Toth, Alfred, Einführung in die qualitative Arithmetik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Toth, Alfred, Die wissenschaftstheoretische Stellung der Semantik in der Ontik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2020a

Toth, Alfred, Die Verortung des Zeichens. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2020b

Toth, Alfred, Die ontischen Orte semiotischer Repräsentationsrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2020c

Toth, Alfred, Objektabhängigkeit von Subzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2020d

Toth, Alfred, Arc Pair Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2020e

Walther, Elisabeth, Sign and Time. In: Hess-Lüttich, Ernest W.B./Schlieben-Lange, Brigitte (Hrsg.), Signs and Time. Zeit und Zeichen. Tübingen 1998, S. 236-246

12.10.2020